

1 Beispiel paralleler Ablauf

Gegeben sei folgende 7 x 7 Matrix:

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 9 & 0 & 6 & 7 & 2 & 9 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

1.1 Analysephase

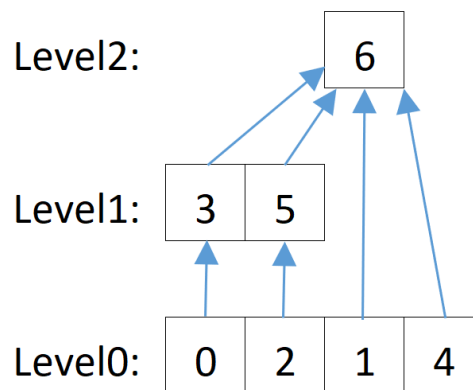


Abbildung 1-1: Eliminationsbaum Beispiel Multititfrontalsolver

1.2 Faktorisierungsphase

Abbildung 1-2 zeigt uns die Matrix M und sämtliche FMs:

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 9 & 0 & 6 & 7 & 2 & 9 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$F_0 = \begin{matrix} 0 \\ 3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}; F_1 = \begin{matrix} 1 \\ 6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 9 & 0 \end{bmatrix}; F_2 = \begin{matrix} 2 \\ 5 \end{matrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}; F_3 = \begin{matrix} 3 \\ 6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_4 = \begin{matrix} 4 \\ 6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}; F_5 = \begin{matrix} 5 \\ 6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}; F_6 = 6[9]$$

Abbildung 1-2: Matrix M mitsamt ihrer FMs

Von all den in Abbildung 1-2 gezeigten FMs werden F_0 , F_1 , F_2 und F_4 geladen:

1.2.1 Level0 Frontalmatrizen vereinfachen

CPU₀:

$$F_0 = \begin{matrix} 0 \\ 3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \text{ II } - \frac{I * 5}{2} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -12,5 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{F}_0 = 3[-12,5]$$

CPU₁:

$$F_1 = \begin{matrix} 1 \\ 6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 9 & 0 \end{bmatrix} \text{ II } - \frac{I * 9}{1} \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 0 & -20,2 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{F}_1 = 6[-20]$$

CPU₂:

$$F_2 = \begin{matrix} 2 \\ 5 \end{matrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 8 & 0 \end{bmatrix} \text{ II } - \frac{I * 8}{7} \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 0 & -9,1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{F}_2 = 5[-9,1]$$

CPU₃:

$$F_4 = \begin{matrix} 4 \\ 6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 0 \end{bmatrix} \text{ II } - \frac{I * 7}{5} \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 0 & -9,8 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{F}_4 = 6[-9,8]$$

$$M = \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 2 & 9 \end{bmatrix}$$

1.2.2 Zusammensetzen der FMs in Level1

CPU₀:

$$\widetilde{F}_0 \oplus F_3 = \frac{3}{6} \begin{bmatrix} -12,5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{3}{6} \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = \frac{3}{6} \begin{bmatrix} -12,5 + 3 & 0 + 6 \\ 0 + 6 & 0 + 0 \end{bmatrix}$$

$$F_{0*3} = \frac{3}{6} \begin{bmatrix} -9,5 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

CPU₁:

$$\widetilde{F}_2 \oplus F_5 = \frac{5}{6} \begin{bmatrix} -9,1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{5}{6} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \frac{5}{6} \begin{bmatrix} -9,1 + 1 & 0 + 2 \\ 0 + 2 & 0 + 0 \end{bmatrix}$$

$$F_{2*5} = \frac{5}{6} \begin{bmatrix} -8,1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

1.2.3 Level1 FMs vereinfachen

CPU₀:

$$F_{0*3} = \frac{3}{6} \begin{bmatrix} -9,5 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} \text{ II } - \frac{I * 6}{-9,5} \begin{bmatrix} -9,5 & 6 \\ 0 & 3,8 \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{F}_{0*3} = 6[3,8]$$

CPU₁:

$$F_{2*5} = \frac{5}{6} \begin{bmatrix} -8,1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \text{ II } - \frac{I * 2}{-8,1} \begin{bmatrix} -8,1 & 2 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{F}_{2*5} = 6[0,5]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 2 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & -9,5 & 0 & 0 & 6 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 7 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8,1 & 2 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

1.2.4 Level2 FMs zusammensetzen und in die Ursprungsmatrix eintragen

$$\widetilde{F}_{0*3} \oplus \widetilde{F}_{2*5} \oplus \widetilde{F}_1 \oplus \widetilde{F}_4 \oplus F_6 = 6[3,8] + 6[0,5] + 6[-9,8] + 6[9] = 6[3,5]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 2 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & -6,5 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 7 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8,1 & 2 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,5 \end{bmatrix}$$